

# Классические схемы интерферометров (исследование)

Поплавной С.А.

Аннотация

Исследованы все возможные схемы классических интерферометров для измерения скорости движения Земли относительно эфира. С одной из схем поставлен опыт и выполнен точный расчет, подтвердивший отсутствие смещений интерференционных полос. Выполнен анализ работ Майкельсона, посвященных опытам с другой из схем, показаны ошибки в расчетах, которые привели Лоренца к ошибочной гипотезе и выводу неверных преобразований координат.

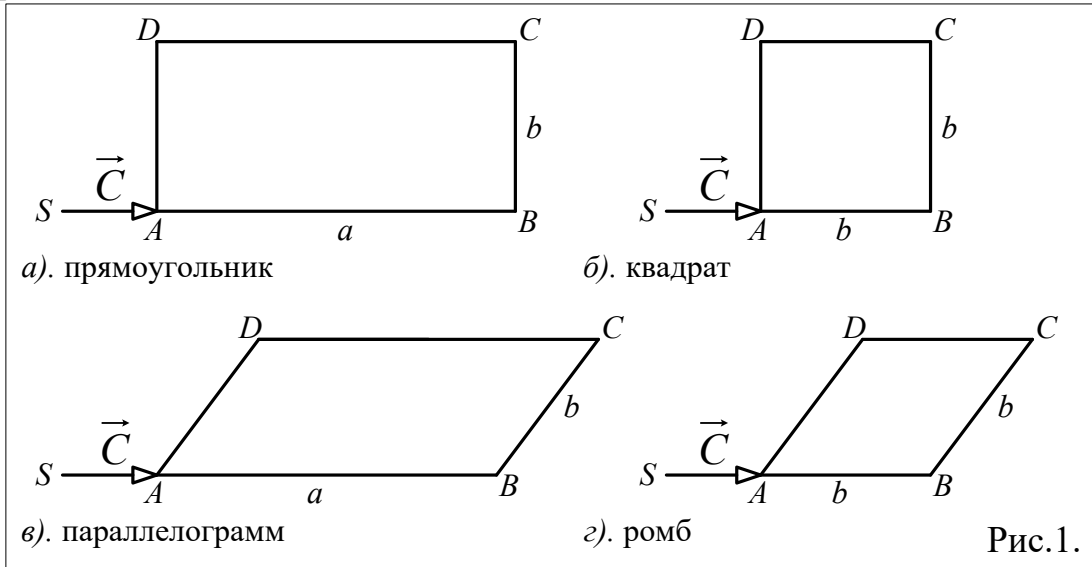
## Введение

Назовем классическими схемами интерферометров все известные схемы XIX – XXI веков, применявшиеся для измерения относительной скорости тел или орбитальной скорости Земли. Рассмотрим и проанализируем их возможные варианты, которые осуществили бы такие измерения. Выясним особенности распространения света в движущихся телах, то есть в интерферометрах. Основная задача интерферометра заключалась в сложении двух и более лучей, пришедших от одного источника света разными путями к экрану, на котором создается интерференционная картина. Открытие эффекта Доплером, дало возможность, по аналогии со звуковыми волнами, измерять скорость тел через разность путей следования лучей света в интерферометрах. Простым решением было направлять лучи света по сторонам четырехугольников, варианты хода лучей в них показаны на рис.1. Луч света от источника  $S$  расщепляется в вершине  $A$  на два луча близкой интенсивности, которые по сторонам четырехугольника приходят в любую его вершину и, объединившись, интерферируют на экране.

На интерференцию принципиального влияния не оказывают пути лучей, идущие по сторонам четырехугольников с противоположными сторонами попарно неравными или попарно равными не под прямыми углами. Потому оптимальными путями лучей следует считать стороны прямоугольников.

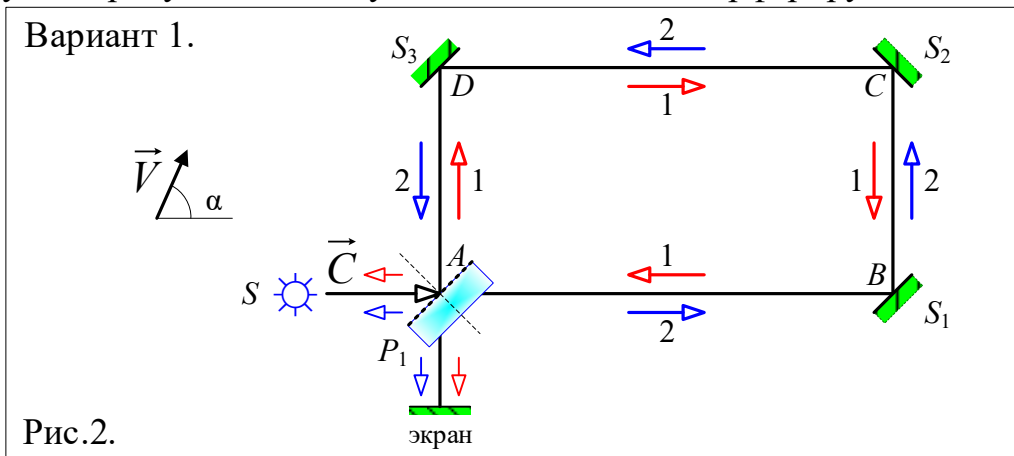
В вершине прямоугольника  $A$  поместим светоделительную пластину  $P_1$ , а в других вершинах зеркала  $S_{1-3}$ . Предполагается, что интерферометр всегда имеет некоторую поступательную скорость  $V$ , и задача опыта обнаружить ее проекцию на плоскость, параллельно которой распространяются лучи света. В каждом предложенном ниже варианте схем будем менять вершину сбора лучей, идущих к экрану, и вращением интерферометра в параллельной лучам света плоскости оценивать возможность изменения интерференционной картины на

экране.



### 1. Вариант 1. Точка сбора лучей – вершина A

В первом варианте, рис.2 каждый луч расщепленной светоделительной пластиной  $P_1$  луча в точке A идет по периметру прямоугольника навстречу другу и в исходной точке расщепляется повторно на два луча, которые парами идут к экрану и источнику света S, где они интерферируют.



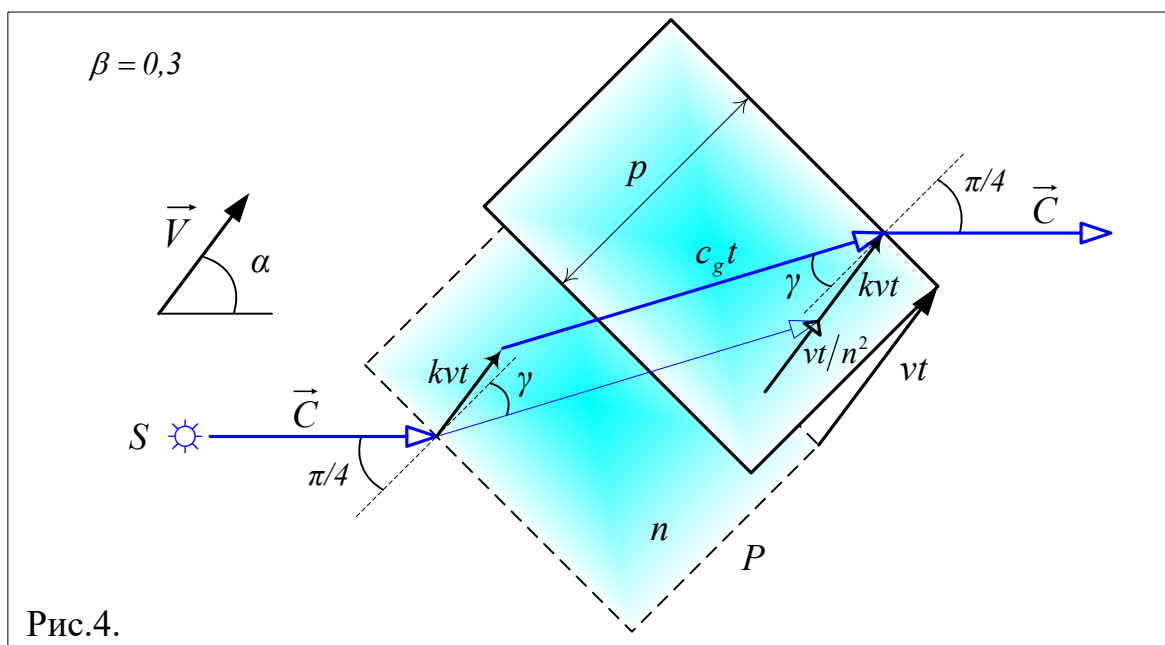
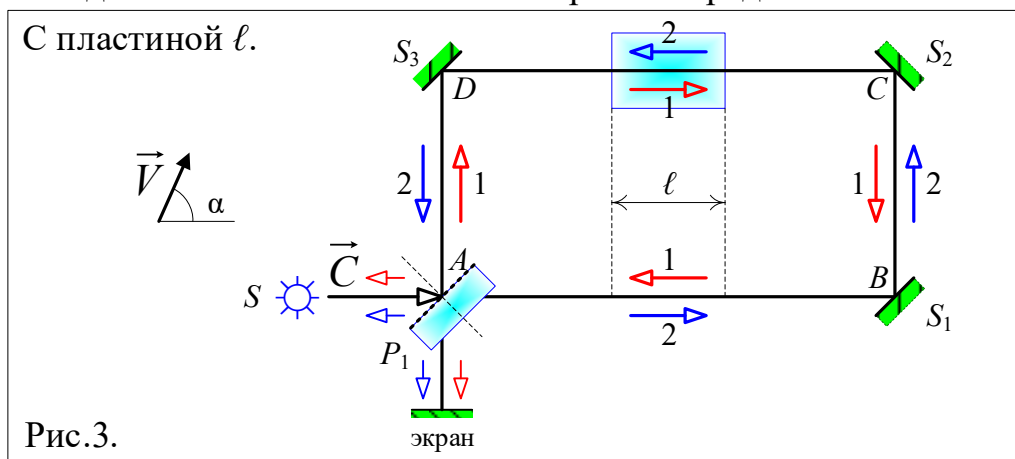
На схеме видно, что на параллельных сторонах прямоугольника пути разных лучей совпадают по направлению. Формально можно считать, что и их длины равны, хотя в действительности это не так, что и будет показано ниже точным расчетом. Но, тем не менее, полученная при настройке разность путей, проходимых лучами по периметру, сохранится и не изменится при повороте интерферометра на произвольный угол  $\alpha$ . Можно сказать, что на сторонах прямоугольника длина пути каждого луча изменяется так, что сумма их путей к экрану будет величиной постоянной.

Поставленные в XIX веке опыты с подобной схемой дали отрицательный результат – смещений интерференционных полос вращением интерферометра

не обнаруживалось. Для этого варианта также можно выполнить точный расчет по аналогии с вариантом 2, при этом, разность путей света при вращении интерферометра не изменится.

## 2. Увлечение Френеля как оно есть

В варианте 1, рис.3 поместим прозрачную плоскопараллельную пластину на одной из сторон прямоугольника. Подобный опыт в 1868 г. провел М. Хек [1]. Отрицательный результат опыта был объяснен наличием френелевского коэффициента увлечения, компенсирующим эффект, который мог бы быть вызван движением Земли в опытах первого порядка.



Для понимания процесса распространения света в оптически плотных средах и причин, по которым О.Ж. Френель [2] назвал свой коэффициент «увлечения», разложим путь света в пластине на составляющие, рис.4.

Луч света, вошедший под углом преломления  $\gamma$  в плоскопараллельную

пластину  $P$ , направляется к противоположной грани, проходя путь  $vt/n^2$ , где:  $n$  – оптическая плотность стекла пластины. Далее луч света переносится пластиной параллельно ее движению на расстояние  $kvt$ , где:  $k$  – коэффициент увлечения света пластиной равный  $k = 1 - 1/n^2$ , до выхода луча из ее плоскости под углом падения  $\gamma$ . В итоге луч, падающий на пластину, параллелен лучу, вышедшему из нее. Длину пути света в пластине рассчитывать можно через ее толщину  $p$  или проекцию на луч, падающий на пластину, как будет показано ниже для схемы варианта 2.

Возвращаясь к рис.3, рассмотрим целесообразность увлечения Френеля для объяснения отрицательного результата опыта Хека, используя другой метод. Найдем путь, пройденный светом в воздухе на отрезке  $\ell$ , и сравним с аналогичным путем, пройденным им в пластине для ее вектора скорости  $v$  под углом  $\alpha = 0^\circ$ . Для луча 2 путь света будет:  $ct'_2 = \ell + vt'_2$  и для луча 1 –  $ct'_1 = \ell - vt'_1$ . Тогда время в пути и сам путь будут равны:

$$t'_2 = \frac{\ell}{c-v} \text{ и } t'_1 = \frac{\ell}{c+v} \text{ или } ct'_2 = \frac{\ell}{1-\beta} \text{ и } ct'_1 = \frac{\ell}{1+\beta}, \text{ где: } \beta = \frac{v}{c}, c - \text{ скорость света,}$$

а разность пути составит:

$$c\Delta t' = ct'_2 - ct'_1 = \ell \cdot \left( \frac{1}{1-\beta} - \frac{1}{1+\beta} \right) \Rightarrow c\Delta t' = 2\ell \cdot \frac{\beta}{1-\beta^2}.$$

И при малом значении  $\beta^2$ , получим  $c\Delta t' \cong 2\ell\beta$ .

Запишем по порядку варианты прохождения пластины лучами. В пластине скорость света меньше на показатель его преломления  $n$  и равна  $c_g = c/n$ .

Вариант 1.  $c_g t''_1 = \ell + vt''_1$  и  $c_g t''_2 = \ell - vt''_2$ . Тогда найдем аналогично разность пути:

$$c\Delta t'' = ct''_1 - ct''_2 = \ell n \cdot \left( \frac{1}{1-n\beta} - \frac{1}{1+n\beta} \right) \Rightarrow c\Delta t'' = 2\ell \cdot \frac{n^2\beta}{1-n^2\beta^2} \Rightarrow c\Delta t'' \cong 2\ell n^2\beta.$$

И разность двух путей не равна нулю  $c\Delta t'' - c\Delta t' \neq 0$ , следовательно, этот вариант не подтверждает опыт.

Вариант 2.  $c_g t''_1 = \ell + vt''_1/n$  и  $c_g t''_2 = \ell - vt''_2/n$ . И аналогично найдем разность пути туда и обратно:

$$c\Delta t'' = ct''_1 - ct''_2 = \ell n \cdot \left( \frac{1}{1-\beta} - \frac{1}{1+\beta} \right) \Rightarrow c\Delta t'' = 2\ell \cdot \frac{n\beta}{1-\beta^2} \Rightarrow c\Delta t'' \cong 2\ell n\beta.$$

И в этом варианте разность двух путей не равна нулю  $c\Delta t'' - c\Delta t' \neq 0$ .

Вариант 3.  $c_g t''_1 = \ell + vt''_1/n^2$  и  $c_g t''_2 = \ell - vt''_2/n^2$ . Аналогично найдем разность пути туда и обратно:

$$c\Delta t'' = ct''_1 - ct''_2 = \ell n^2 \cdot \left( \frac{1}{n-\beta} - \frac{1}{n+\beta} \right) \Rightarrow c\Delta t'' = 2\ell \cdot \frac{n^2\beta}{n^2-\beta^2} \Rightarrow c\Delta t'' \cong 2\ell\beta.$$

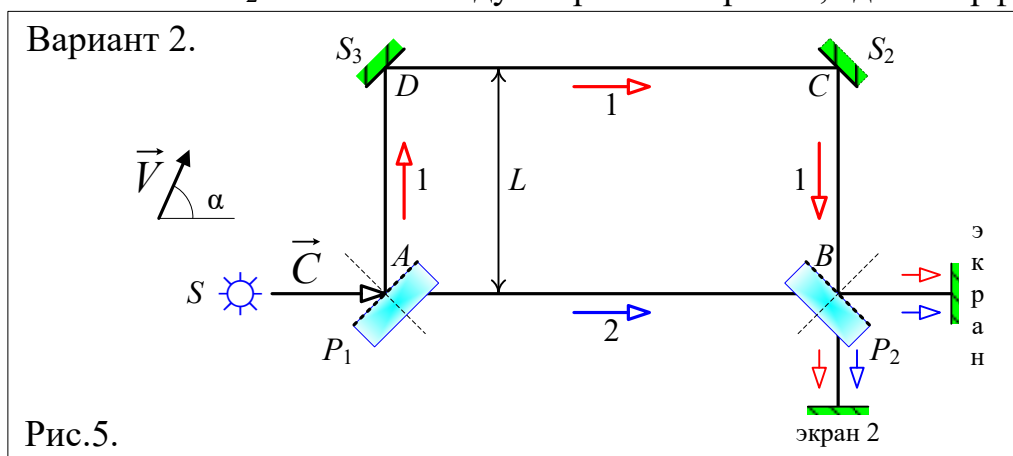
В этом варианте разность двух путей равна нулю  $c\Delta t'' - c\Delta t' = 0$  и, следовательно, этот вариант удовлетворяет отрицательному результату опыта. Но пластина при этом проходит путь  $vt$  и тогда оставшуюся часть пути  $kvt = vt - vt/n^2$  свет

проходит со скоростью пластины или увлекается пластиной с коэффициентом равным  $k = 1 - 1/n^2$ . В результате одинаковые участки разной оптической плотности сред дают свету одинаковую разность пути при их прохождении во взаимно встречных направлениях.

### 3. Вариант 2. Точка сбора лучей – вершина B

#### 3.1. Физическая формула – формальный метод расчета

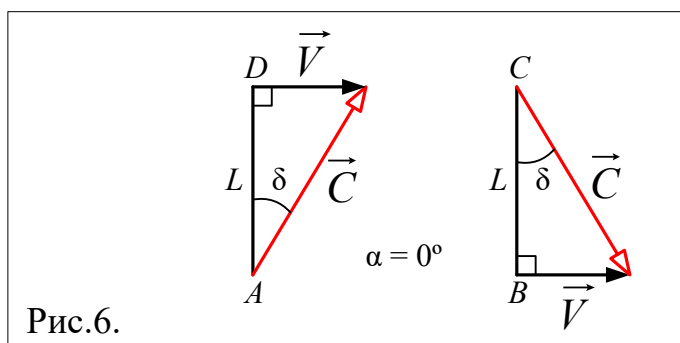
В этом варианте, рис.5, оба луча сходятся и расщепляются повторно на два луча пластиной  $P_2$  в точке B и идут парами к экранам, где интерferируют.



На схеме видно, что на двух параллельных сторонах прямоугольника пути разных лучей совпадают по направлению, а на двух других один луч совершает путь туда и обратно. Следовательно, один луч 1 и будет давать разность пути света при вращении интерферометра. Применим формальный метод расчета по так называемой физической формуле математического вида. Запишем разность пути света с указанием направлений распространения света и углов  $\alpha$  поворота интерферометра.

$$(c \uparrow + \downarrow - 0) - (c \leftarrow + - 0) = (c \uparrow + \downarrow - c \leftarrow +)$$

$\alpha = 0^\circ \qquad \alpha = 90^\circ \qquad \alpha = 0^\circ \rightarrow 90^\circ$



Физическую формулу преобразуем в математическую формулу для расчета распространения света в поперечном направлении к движению Земли, рис.6:

$$(ct_1')^2 = L^2 + (vt_1')^2 \text{ и } (ct_1'')^2 = L^2 + (vt_1'')^2 \text{ или } t_1' \cdot \sqrt{c^2 - v^2} = L \text{ и } t_1'' \cdot \sqrt{c^2 - v^2} = L.$$

Тогда сумма двух путей будет:

$$c\Delta t_{0^\circ} = ct_1' + ct_1'' = L \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} + \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \right) \Rightarrow c\Delta t_{0^\circ} = \frac{2L}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

При повороте интерферометра на  $90^\circ$  в этих же направлениях пути будут:

$$ct_1' = L + vt_1' \text{ и } ct_1'' = L - vt_1'', \text{ или } t_1' \cdot (c - v) = L \text{ и } t_1'' \cdot (c + v) = L.$$

Преобразуем аналогично и получим:

$$c\Delta t_{90^\circ} = ct_1' + ct_1'' = L \cdot \left( \frac{1}{1-\beta} + \frac{1}{1+\beta} \right) \Rightarrow c\Delta t_{90^\circ} = \frac{2L}{1-\beta^2}.$$

Разность путей при повороте интерферометра на  $90^\circ$  составит:

$$c\Delta t_{0^\circ-90^\circ} = c\Delta t_{0^\circ} - c\Delta t_{90^\circ} = 2L \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{1}{1-\beta^2} \right) \text{ или } c\Delta t_{0^\circ-90^\circ} \cong L\beta^2.$$

### 3.2. Точный метод расчета

#### Формулы движения луча при $V=0$

Запишем зависимости угла преломления пластины, рис.7. Коэффициент преломления в пластине  $n$ , а в воздухе –  $n_a=1,0003$ , значением которого можно пренебречь, приняв за единицу. Угол падения назначим  $45^\circ$ . Тогда отношение синуса угла преломления  $\gamma$  к синусу угла падения равно обратной величине показателя преломления  $n$ .

$$\frac{\sin \gamma}{\sin 45} = \frac{1}{n} \Rightarrow \sin \gamma = \frac{1}{\sqrt{2}n} \text{ и } \cos \gamma = \frac{\sqrt{2n^2 - 1}}{\sqrt{2}n} \Rightarrow \cos \gamma = \frac{r}{\sqrt{2}n}, \text{ где: } r = \sqrt{2n^2 - 1}.$$

Зависимость пройденного светом расстояния в пластине при  $V=0$ .

$$c_g t = \frac{p}{\cos \gamma}; L_1 = c_g t \cos(45 - \gamma) \Rightarrow L_1 = \frac{p}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\cos \gamma + \sin \gamma}{\cos \gamma} \Rightarrow L_1 = \frac{p}{\sqrt{2}} \cdot \frac{r+1}{r} \text{ или } p = \frac{\sqrt{2}L_1 r}{r+1},$$

$$\text{и пройденный светом путь } c_g t = \frac{2L_1 n}{r+1}.$$

#### Расчет путей луча 1 в воздухе от пластины $P_1$ к экрану

Расстояние, пройденное светом от пластины  $P_1$  к зеркалу  $S_3$  по рис.7 будет:

$$ct_1' = \ell_1 - vt_1'(\cos \alpha - \sin \alpha) \Rightarrow ct_1' + vt_1'(\cos \alpha - \sin \alpha) = \ell_1 \Rightarrow ct_1'(1 + \beta \cdot (\cos \alpha - \sin \alpha)) = \ell_1 \Rightarrow$$

$$ct_1' = \frac{\ell_1}{1 + \beta \cdot (\cos \alpha - \sin \alpha)}.$$

Расстояние, пройденное светом между зеркалами  $S_3$  и  $S_2$ , будет:

$$ct_2' = L + vt_1'(\cos \alpha - \sin \alpha) + (vt_1' + vt_2') \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha) \Rightarrow$$

$$ct_2' = L + 2vt_1' \cos \alpha + vt_2'(\cos \alpha + \sin \alpha) \Rightarrow ct_2' - vt_2'(\cos \alpha + \sin \alpha) = L + 2vt_1' \cos \alpha \Rightarrow$$

$$ct_2'(1 - \beta \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha)) = L + 2ct_1' \beta \cos \alpha \Rightarrow ct_2' = \frac{L + 2ct_1' \beta \cos \alpha}{1 - \beta \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha)}.$$

Расстояние, пройденное светом от зеркала  $S_2$  к пластине  $P_2$ , будет:

$$ct_3^I = \ell_1 - vt_3^I (\cos \alpha + \sin \alpha) \Rightarrow ct_3^I + vt_3^I (\cos \alpha + \sin \alpha) = \ell_1 \Rightarrow ct_3^I (1 + \beta \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha)) = \ell_1 \Rightarrow$$

$$ct_3^I = \frac{\ell_1}{1 + \beta \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha)}.$$

Расстояние, пройденное светом от пластины  $P_2$  к экрану, будет:

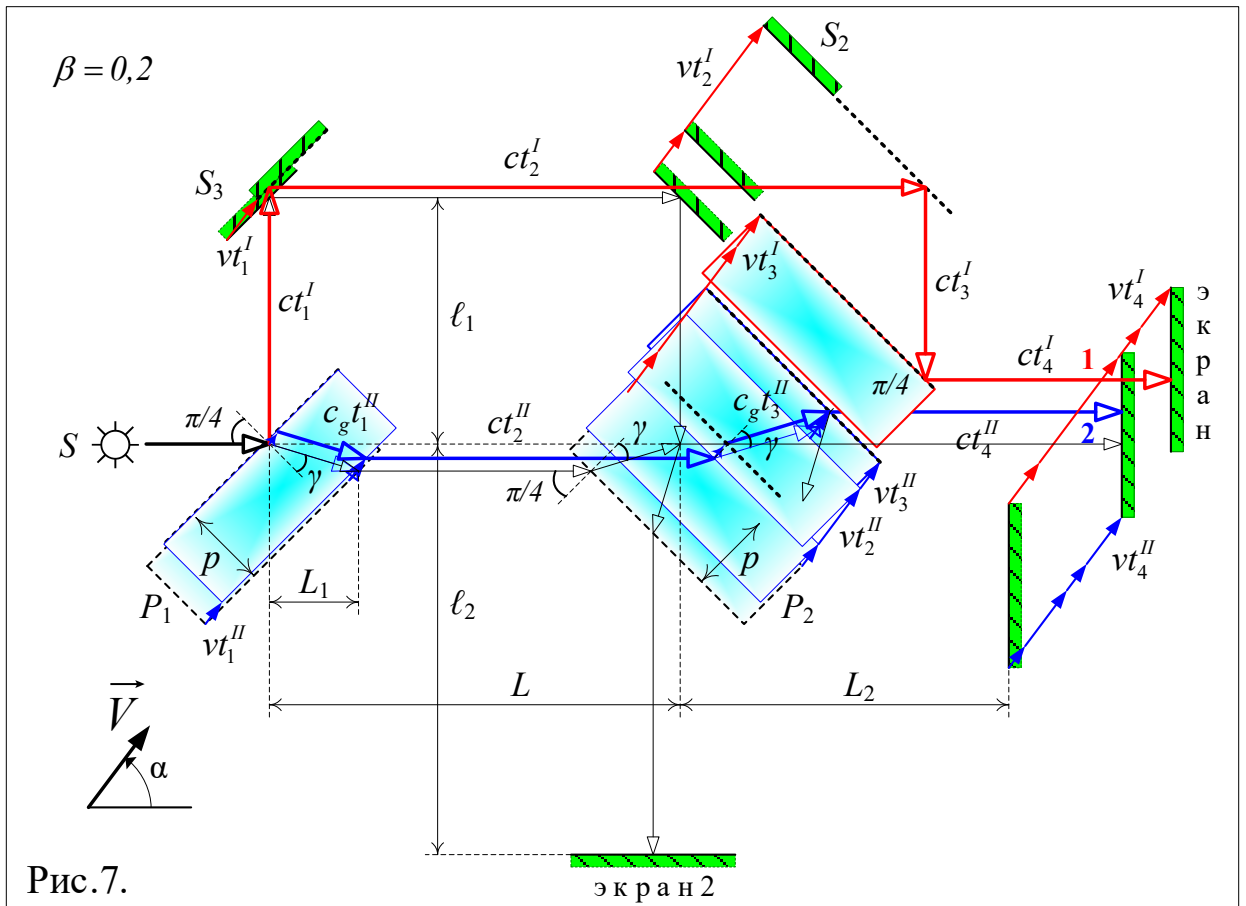
$$ct_4^I = L + L_2 + (vt_1^I + vt_2^I + vt_3^I + vt_4^I) \cdot \cos \alpha - ct_2^I \Rightarrow$$

$$ct_4^I - vt_4^I \cos \alpha = L + L_2 - ct_2^I + (vt_1^I + vt_2^I + vt_3^I) \cdot \cos \alpha \Rightarrow$$

$$ct_4^I (1 - \beta \cos \alpha) = L + L_2 - ct_2^I + (ct_1^I + ct_2^I + ct_3^I) \cdot \beta \cos \alpha \Rightarrow$$

$$ct_4^I (1 - \beta \cos \alpha) = L + L_2 - ct_2^I (1 - \beta \cos \alpha) + (ct_1^I + ct_3^I) \cdot \beta \cos \alpha \Rightarrow$$

$$ct_4^I = \frac{L + L_2 + (ct_1^I + ct_3^I) \cdot \beta \cos \alpha}{1 - \beta \cos \alpha} - ct_2^I.$$



### Расчет путей луча 2 в пластинах и воздухе от пластины $P_1$ к экрану

В прямом направлении пройденное светом в пластине  $P_1$  расстояние будет:

$$c_g t_1^{II} \cos \gamma = p - \frac{vt_1^{II}}{n^2} \sin(\alpha - 45) \Rightarrow c_g t_1^{II} \frac{r}{\sqrt{2}n} = p + \frac{vt_1^{II}}{n^2} \cdot \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$ct_1^{II} r - vt_1^{II} (\cos \alpha - \sin \alpha) = \sqrt{2}n^2 p \Rightarrow c_g t_1^{II} = \frac{\sqrt{2}np}{r - \beta \cdot (\cos \alpha - \sin \alpha)}.$$

Пройденное светом расстояние в воздухе между пластинами  $P_1$  и  $P_2$  будет:

$$\begin{aligned}
ct_2'' &= L - 2L_1 - (c_g t_1'' \cos(45 - \gamma) + kv t_1'' \cos \alpha - L_1) - \\
&- (c_g t \sin(45 - \gamma) - c_g t_1'' \sin(45 - \gamma) + kv t_1'' \sin \alpha) + (vt_1'' + vt_2'') \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha) \Rightarrow \\
ct_2'' - vt_2'' (\cos \alpha + \sin \alpha) &= L - L_1 - c_g t_1'' \frac{\cos \gamma + \sin \gamma}{\sqrt{2}} - kv t_1'' \cos \alpha - \\
&- c_g t \frac{\cos \gamma - \sin \gamma}{\sqrt{2}} + c_g t_1'' \frac{\cos \gamma - \sin \gamma}{\sqrt{2}} - kv t_1'' \sin \alpha + vt_1'' (\cos \alpha + \sin \alpha) \Rightarrow \\
ct_2'' (1 - \beta \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha)) &= L - L_1 - c_g t \frac{\cos \gamma - \sin \gamma}{\sqrt{2}} - \sqrt{2} c_g t_1'' \sin \gamma - \\
&- kv t_1'' (\cos \alpha + \sin \alpha) + vt_1'' (\cos \alpha + \sin \alpha) \Rightarrow \\
ct_2'' (1 - \beta \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha)) &= L - L_1 - c_g t \frac{r-1}{2n} - \sqrt{2} c_g t_1'' \sin \gamma + vt_1'' \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{n^2} \Rightarrow \\
ct_2'' (1 - \beta \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha)) &= L - L_1 - L_1 \frac{r-1}{r+1} - c_g t_1'' \frac{1}{n} + c_g t_1'' \beta \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{n} \Rightarrow \\
ct_2'' (1 - \beta \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha)) &= L - 2L_1 \frac{r}{r+1} - c_g t_1'' \frac{1 - \beta \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha)}{n} \Rightarrow \\
ct_2'' &= \frac{L - \sqrt{2} p}{1 - \beta \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha)} - \frac{c_g t_1''}{n}.
\end{aligned}$$

Пройденное светом расстояние в пластине  $P_2$  будет:

$$\begin{aligned}
c_g t_3'' \cos \gamma &= p + \frac{vt_3''}{n^2} \cos(\alpha - 45) \Rightarrow c_g t_3'' \frac{r}{\sqrt{2}n} = p + \frac{vt_3''}{n^2} \cdot \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\sqrt{2}} \Rightarrow \\
ct_3'' r - vt_3'' (\cos \alpha + \sin \alpha) &= \sqrt{2} n^2 p \Rightarrow c_g t_3'' = \frac{\sqrt{2} np}{r - \beta \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha)}.
\end{aligned}$$

Пройденное светом расстояние в воздухе от пластины  $P_2$  к экрану будет:

$$\begin{aligned}
ct_4'' &= L_2 - (vt_1'' + vt_2'' + vt_3'') \cdot \sin \alpha + (c_g t_3'' - c_g t_1'') \cdot \sin(45 - \gamma) + (vt_1'' + vt_3'') \cdot k \sin \alpha + vt_4'' \cos \alpha \\
ct_4'' - vt_4'' \cos \alpha &= L_2 - vt_2'' \sin \alpha + (c_g t_3'' - c_g t_1'') \cdot \frac{\cos \gamma - \sin \gamma}{\sqrt{2}} - \frac{vt_1'' + vt_3''}{n^2} \sin \alpha \Rightarrow \\
ct_4'' (1 - \beta \cos \alpha) &= L_2 - ct_2'' \beta \sin \alpha + (c_g t_3'' - c_g t_1'') \cdot \frac{r-1}{2n} - (c_g t_1'' + c_g t_3'') \cdot \frac{\beta \sin \alpha}{n} \Rightarrow \\
ct_4'' (1 - \beta \cos \alpha) &= L_2 - ct_2'' \beta \sin \alpha - c_g t_1'' \frac{r-1+2\beta \sin \alpha}{2n} + c_g t_3'' \frac{r-1-2\beta \sin \alpha}{2n}.
\end{aligned}$$

И разность двух путей света по направлениям составит:

$$c\Delta_\alpha t = (ct_1' + ct_2' + ct_3' + ct_4') - ((c_g t_1'' + c_g t_3'') \cdot n + ct_2'' + ct_4'').$$

### Расчет, построение чертежа и результаты

Данные для построения чертежа приведены в таблице 1, строка 1 (рис.7), а расчетная длина путей света в мм – в таблице 2, строка 1. Длины путей света и оптических элементов интерферометра, направленных под углом  $\alpha$ , построены с точностью  $\pm 1$  мкм. Вывод уравнений осуществлялся по законам линейной оптики. Их проверка осуществлялась построением путей света с длиной, рассчитанной по этим уравнениям до линий касания соответствующего элемента интерферометра, прошедшего свой путь. Если длина света по чертежу



равнялась расчетной длине по уравнению, то оно принималось верным. Полученные уравнения были проверены чертежом с другим углом  $\alpha$  направления движения интерферометра. Если длины путей света совпали с линиями элементов интерферометра, то по этим уравнениям был рассчитан реальный интерферометр, данные приведены в таблице 1, строка 2. На основании принятых уравнений расчет был выполнен в программе *Microsoft Excel*. Для поворота интерферометра на угол  $\alpha$  длина пути света дана в метрах, таблица 2, столбцы 4 – 14. Пути к экрану 2 не рассчитывались.

Таблица 1.

№ п/п	$\beta$	$n$	$r$	$p$	$L$	$L_1$	$L_2$	$\ell_1$	$\ell_2$
1	0,2	1,50	1,8708	10 мм	50 мм	10,8507 мм	40 мм	30 мм	50 мм
2	0,0001	1,50	1,8708	0,001 м	0,100 м	0,0010851 м	0,100 м	0,050 м	0,050 м

Таблица 2.

$\alpha, ^\circ$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$ct_1^I$	$ct_2^I$	$ct_3^I$	$ct_4^I$	$\Sigma ct_1^I$	$cgt_1^{II}$	$ct_2^{II}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
53,1301	0,600	0,800	31,2500	79,8611	23,4375	29,8690	164,4176	11,1016	42,4015
0,0	1,000	0,000	0,0500	0,1000	0,0500	0,1000	0,300020	0,0011	0,0978
22,5	0,924	0,383	0,0500	0,1000	0,0500	0,1000	0,300018	0,0011	0,0978
45,0	0,707	0,707	0,0500	0,1000	0,0500	0,1000	0,300014	0,0011	0,0978
67,5	0,383	0,924	0,0500	0,1000	0,0500	0,1000	0,300008	0,0011	0,0978
90,0	0,000	1,000	0,0500	0,1000	0,0500	0,1000	0,300000	0,0011	0,0978
112,5	-0,383	0,924	0,0500	0,1000	0,0500	0,1000	0,299992	0,0011	0,0978
135,0	-0,707	0,707	0,0500	0,1000	0,0500	0,1000	0,299986	0,0011	0,0978
157,5	-0,924	0,383	0,0500	0,1000	0,0500	0,1000	0,299982	0,0011	0,0978
180,0	-1,000	0,000	0,0500	0,1000	0,0500	0,1000	0,299980	0,0011	0,0978
202,5	-0,924	-0,383	0,0500	0,1000	0,0500	0,1000	0,299982	0,0011	0,0978
225,0	-0,707	-0,707	0,0500	0,1000	0,0500	0,1000	0,299986	0,0011	0,0978
247,5	-0,383	-0,924	0,0500	0,1000	0,0500	0,1000	0,299992	0,0011	0,0978
270,0	0,000	-1,000	0,0500	0,1000	0,0500	0,1000	0,300000	0,0011	0,0978
292,5	0,383	-0,924	0,0500	0,1000	0,0500	0,1000	0,300008	0,0011	0,0978
315,0	0,707	-0,707	0,0500	0,1000	0,0500	0,1000	0,300014	0,0011	0,0978
337,5	0,924	-0,383	0,0500	0,1000	0,0500	0,1000	0,300018	0,0011	0,0978
360,0	1,000	0,000	0,0500	0,1000	0,0500	0,1000	0,300020	0,0011	0,0978

Как видно при разных углах поворота интерферометра разность путей света по направлениям  $c\Delta_\alpha t$  изменяется на величину  $1 \times 10^{-11}$  м, столбец 14, таблица 2. При увеличении расстояния  $\ell_1$  в 10, 100 раз и более разность путей света остается неизменной. Увеличение скорости интерферометра ( $\beta = 0,001$ ) в 10 раз увеличивает изменение разности путей в 100 раз до значения  $1 \times 10^{-9}$  м. Разность путей света в долях ширины интерференционной полосы  $\Delta_\alpha t / T$  рассчитывалась по формуле:

$$\frac{\Delta_{\alpha}t}{T} = \frac{c\Delta_{\alpha}t - \ell_{\text{const.}}}{\lambda} < 1,0, \text{ где: } \lambda - \text{длина волны света, } \ell_{\text{const.}} - \text{константа длины.}$$

Константой длины  $\ell_{\text{const.}}$ , зависящей от длины  $\ell_1$ , назначалась разность путей света  $c\Delta_{\alpha}t$  с точностью до 1мкм – по 6-ю значащую цифру дробной части чисел, столбец 14, таблица 2. Для длин  $\ell_1=0,05\text{м}$ ;  $0,5\text{м}$  и  $5,0\text{м}$  константы выбраны  $\ell_{\text{const.}}=0,098768\text{м}$ ;  $0,998768\text{м}$  и  $9,998768\text{м}$ , соответственно. Для разных длин  $\ell_1$  и относительных скоростей интерферометра ( $\beta=0,0001$ ;  $0,001$ ) при длине волны  $\lambda=630\text{нм}$  разность путей в долях ширины полосы  $\Delta_{\alpha}t/T$  приведена в таблице 2, столбцы 15 – 18 и, как видно, амплитуда ее зависит от скорости  $v$ . Амплитуда разности путей в долях ширины полосы (смещения интерференционных полос) для  $\beta=0,0001$  и разных длин  $\ell_1$  составила:  $1,6 \div 2,7 \times 10^{-5}$ , столбцы 15, 17 и 18, но для  $\beta=0,001$  и разных длин  $\ell_1$  –  $161 \times 10^{-5}$ , а для  $\ell_1=0,05\text{м}$  в столбце 16. На разность путей света величина длин  $L$  и  $L_2$  не влияет.

Таблица 2 (продолжение).

$\alpha, ^\circ$	$cgt_3^{II}$	$ct_4^{II}$	$\Sigma ct_{1-4}^{II}$	$c\Delta_{\alpha}t$	$\Delta_{\alpha}t/T$			
					$\ell_1=0,05\text{м}$		$\beta=0,0001$	
	13,3347	35,5198	114,5757	49,8419	$\beta=0,0001$	$\beta=0,001$	$\ell_1=0,5\text{м}$	$\ell_1=5,0\text{м}$
1	11	12	13	14	15	16	17	18
0,0	0,0011	0,1000	0,201252	0,09876846326	0,735330	0,893509	0,749616	0,892473
22,5	0,0011	0,1000	0,201250	0,09876846326	0,735328	0,893231	0,749613	0,892466
45,0	0,0011	0,1000	0,201246	0,09876846325	0,735322	0,892594	0,749607	0,892454
67,5	0,0011	0,1000	0,201239	0,09876846325	0,735316	0,892035	0,749601	0,892449
90,0	0,0011	0,1000	0,201232	0,09876846325	0,735314	0,891904	0,749600	0,892457
112,5	0,0011	0,1000	0,201224	0,09876846325	0,735316	0,892243	0,749603	0,892470
135,0	0,0011	0,1000	0,201217	0,09876846325	0,735322	0,892818	0,749609	0,892476
157,5	0,0011	0,1000	0,201213	0,09876846326	0,735328	0,893314	0,749614	0,892475
180,0	0,0011	0,1000	0,201212	0,09876846326	0,735330	0,893506	0,749616	0,892473
202,5	0,0011	0,1000	0,201213	0,09876846326	0,735328	0,893314	0,749614	0,892475
225,0	0,0011	0,1000	0,201217	0,09876846325	0,735322	0,892818	0,749609	0,892476
247,5	0,0011	0,1000	0,201224	0,09876846325	0,735316	0,892243	0,749603	0,892470
270,0	0,0011	0,1000	0,201232	0,09876846325	0,735314	0,891904	0,749600	0,892457
292,5	0,0011	0,1000	0,201239	0,09876846325	0,735316	0,892035	0,749601	0,892449
315,0	0,0011	0,1000	0,201246	0,09876846325	0,735322	0,892594	0,749607	0,892454
337,5	0,0011	0,1000	0,201250	0,09876846326	0,735328	0,893231	0,749613	0,892466
360,0	0,0011	0,1000	0,201252	0,09876846326	0,735330	0,893509	0,749616	0,892473
Амплитуда				$1,0 \times 10^{-11}$	$1,6 \times 10^{-5}$	$160 \times 10^{-5}$	$1,6 \times 10^{-5}$	$2,7 \times 10^{-5}$

### 3.3. Поставленный опыт и результат

Схема интерферометра варианта 2 была реализована в домашних условиях и в феврале 2018 г. поставлен опыт. Она включала оптические элементы: светоделительные плоскопараллельные пластины и зеркала марки *Carl Zeiss*

*Jena* (Дрезден, ГДР), рассеивающую линзу, а источником света был полупроводниковый лазер зеленого цвета (Финляндия) с длиной волны  $\lambda=532\text{нм} \pm 10$ . Оптические элементы и лазер были закреплены на плитке ламината толщиной 8мм, рис.8. Низкий коэффициент теплового линейного расширения древесноволокнистого материала ламината, сравнимый с инваром, снижал вероятность теплового изменения расстояний между оптическими элементами.



Рис.8.



Рис.9.

Пластина  $P_2$  вновь расщепляла лучи света, уходящие парами под прямым

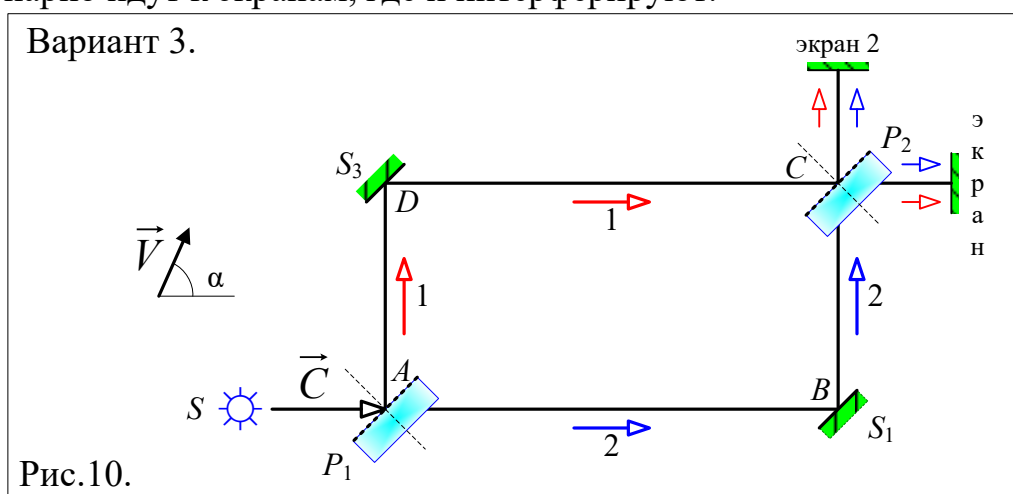
углом. Каждая пара точек в направлениях сводилась в одну точку, что обеспечивало параллельность плоскости вращения интерферометра лучам, идущим между оптическими элементами. На пути лучей одного направления устанавливалась рассеивающая линза и на экране (листе бумаги) появлялась интерференционная картина, рис.9.

На пути лучей другого направления, к экрану 2, линза не устанавливалась, но контролировалось их схождение в точку. Плитка ламината имела вертикальную ось вращения на подшипнике, обеспечивающим ей плавное вращение в горизонтальной плоскости, что исключало воздействие силы тяжести на конструкцию интерферометра и не влияло на механическое изменение расстояний между оптическими элементами, как это происходит при вращении в наклонной или вертикальной плоскостях, параллельно которым распространяются лучи света.

Опыт показал отсутствие изменений в положении интерференционных полос при вращении интерферометра. Повторение опыта в разное время суток и в разные дни также не дало видимых смещений полос. Отрицательный результат опыта подтверждает точный расчет, приведенный выше для длины волны  $\lambda=630\text{нм}$ . Используемый для расчета физический формализм, без привлечения дополнительной гипотезы не объясняет нулевого результата опыта, следовательно, этот метод ошибочный!

#### 4. Вариант 3. Точка сбора лучей – вершина C

В третьем варианте, рис.10 каждый луч расщепленного светоделительной пластиной  $P_1$  луча в точке A обходит свой полупериметр прямоугольника и в точке C пластины  $P_2$ , встретившись, расщепляется вновь на два луча, и они уже попарно идут к экранам, где и интерферируют.



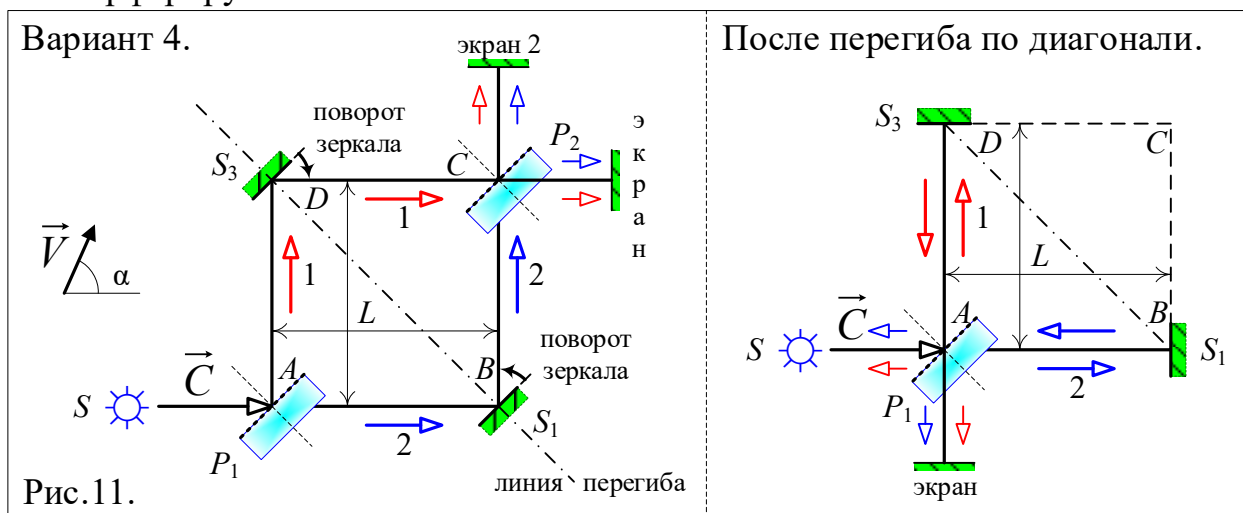
На схеме видно, что на параллельных сторонах прямоугольника пути разных лучей совпадают по направлению. Формально можно считать, что их длины

тоже равны, хотя в действительности это не так, что и показывает точный расчет. Тем не менее, разность путей, проходимых лучами по полупериметрам, не изменится при повороте интерферометра на угол  $\alpha$  и останется такой же, как при настройке прибора. Можно сказать, что на сторонах прямоугольника длина пути каждого луча изменяется так, что сумма их путей к экрану останется неизменной. Опыты, поставленные с подобной схемой в XX веке, дали отрицательный результат – смещений полос вращением интерферометра не обнаруживалось.

## 5. Вариант 4. Точка сбора лучей – вершина A

### 5.1. Аналоги схемы и расчет методом физического формализма

Этот вариант аналогичен варианту 3 и отличается тем, что квадратная схема перегнута по диагонали, проходящей через вершины B и D, рис.11. Пластина  $P_2$  совпадает с пластиной  $P_1$ , а зеркала  $S_1$  и  $S_3$  развернуты на  $45^\circ$  в направлении перегнутых сторон. В результате каждый луч расщепленного светоделительной пластиной  $P_1$  луча идет к своему зеркалу и, отражаясь, возвращается к ней, расщепляясь вновь на два луча, идущих по парно к экрану и источнику S, где они интерферируют.



Если схема этого варианта аналогична схеме варианта 3, то расчет методом физического формализма совпадает с расчетом для варианта 2 и формула примет при соответствующих углах  $\alpha$  поворота интерферометра следующий вид:

$$(c \begin{matrix} \uparrow + \\ \downarrow - \end{matrix} - c \begin{matrix} \leftarrow + \\ \rightarrow - \end{matrix}) - (c \begin{matrix} \rightarrow + \\ \leftarrow - \end{matrix} - c \begin{matrix} \uparrow + \\ \downarrow - \end{matrix}) = 2 \cdot (c \begin{matrix} \uparrow + \\ \downarrow - \end{matrix} - c \begin{matrix} \leftarrow + \\ \rightarrow - \end{matrix})$$

$\alpha = 0^\circ$                        $\alpha = 90^\circ$                        $\alpha = 0^\circ \rightarrow 90^\circ$

Физическую формулу преобразуем в математическую, как показано на рис.6. При настройке интерферометра  $\alpha=0^\circ$  разность путей составит:

$$c\Delta t_{0^\circ} = c\Delta t_1 - c\Delta t_2 = 2L \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{1}{1-\beta^2} \right) \text{ или } c\Delta t_{0^\circ} \cong L\beta^2.$$

А при повороте интерферометра на угол  $\alpha=90^\circ$  знак  $c\Delta t$  изменится, и общая разность  $c\Delta t_{0^\circ-90^\circ}$  удвоится:

$$c\Delta t_{0^\circ-90^\circ} = c\Delta t_{0^\circ} - c\Delta t_{90^\circ} = 4L \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{1}{1-\beta^2} \right) \text{ или } c\Delta t_{0^\circ-90^\circ} \cong 2L\beta^2.$$

В итоге смещение интерференционных полос при повороте на  $90^\circ$  в два раза больше, чем в варианте 2 при том же методе расчета.

## 5.2. Поставленные опыты, результаты и выводы

### Опыт Майкельсона 1881 г.

Схему этого варианта впервые реализовал А.А. Майкельсон [3], в своих опытах в 1881 г. в Берлине, используя компенсирующую пластину  $g$ , рис.12. Во внимание принималась лишь скорость движения Земли по ее орбите. Два луча света в интерферометре проходят дважды расстояния под прямым углом и интерферируют между собой. Луч 2 (рис.11), который проходит в направлении движения Земли – к зеркалу  $c$  ( $S_1$ ), в действительности пройдет на долю длины волны больше, чем он прошел бы, если бы Земля находилась в покое. При настройке интерферометра  $\alpha=0^\circ$  путь света, идущий в направлении движения Земли, у Майкельсона составил:

$$ct'_2 = \frac{L}{1-\beta} \text{ и } ct''_2 = \frac{L}{1+\beta}, \text{ и сумма } c\Delta t_2 = ct'_2 + ct''_2 = L \cdot \left( \frac{1}{1-\beta} + \frac{1}{1+\beta} \right) \Rightarrow c\Delta t_2 = \frac{2L}{1-\beta^2}.$$

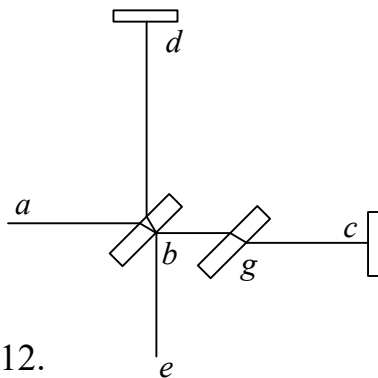


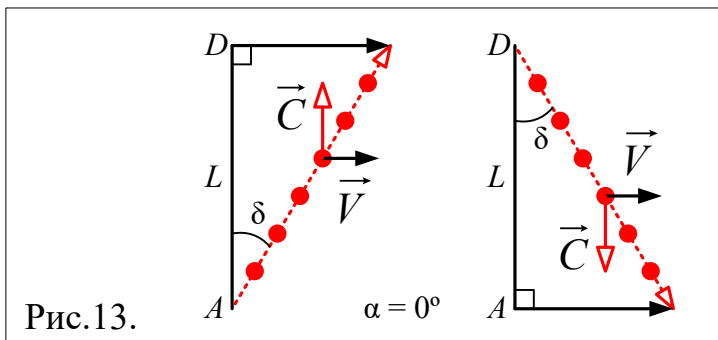
Рис.12.

Однако если луч 1 прошел в направлении под прямым углом к движению Земли, он будет свободен от влияния этого движения. Путь света в прямом и обратном направлениях у него составил:  $c\Delta t_1 = ct'_1 + ct''_1 = 2L$ .

Согласно этому утверждению Майкельсона, свет двигался не только под прямым углом к движению Земли – к зеркалу  $d$  ( $S_3$ ), но и испытывал движение по инерции в направлении движения Земли вместе с интерферометром, то есть распространялся как корпускула, а не как волна, рис.13.

И разность путей при настройке интерферометра  $\alpha=0^\circ$  у него составила:

$$c\Delta t_{0^\circ} = c\Delta t_2 - c\Delta t_1 = \frac{2L}{1-\beta^2} - 2L \Rightarrow c\Delta t_{0^\circ} = 2L \frac{\beta^2}{1-\beta^2}.$$



При повороте интерферометра на угол  $\alpha=90^\circ$ , луч 2 теперь у него двигался как корпускула, а луч 1 – как волна:

$$c\Delta t_{90^\circ} = 2L - \frac{2L}{1-\beta^2} \Rightarrow c\Delta t_{90^\circ} = 2L \frac{-\beta^2}{1-\beta^2}.$$

И общая разность  $c\Delta t_{0^\circ-90^\circ}$  при повороте интерферометра удвоилась:

$$c\Delta t_{0^\circ-90^\circ} = c\Delta t_{0^\circ} - c\Delta t_{90^\circ} = 4L \frac{\beta^2}{1-\beta^2}.$$

В опытах эфирный ветер не был обнаружен, к такому выводу Майкельсона привела скорее физическая интуиция. На самом деле серия опытов 1881 г. не могла считаться убедительной: при длине плеч первого интерферометра 1,2м ожидаемое смещение равнялось 0,040 полос, а наблюдаемое – 0,034.

Зимой того же 1881 г. ошибку в расчете отметил М.А. Потье, Париж. На эту же ошибку Майкельсона, в результате которой величина смещения оказалась в 2 раза больше, чем величина, следующая из теории, указал и Г.А. Лоренц [4]. Если внести эту поправку, то ожидаемый результат будет того же порядка, что и ошибка измерения.

### Опыт Майкельсона 1887 г.

В 1887 г. Майкельсон [5] повторил опыт в Кливленде, используя ту же схему, рис.14. Но для увеличения смещения, длина пути с помощью системы зеркал была увеличена до 11м, что следовало из его расчетов. В этой статье он опять уделил внимание распространению света в направлении движения Земли, подробно описывая расчет пути луча 2 к зеркалу с ( $S_1$ ) и обратно. Время движения туда и обратно у Майкельсона составило:

$$T = \frac{D}{V-v} \text{ и } T_1 = \frac{D}{V+v}. \text{ Полное время движения равно: } T + T_1 = 2D \cdot \frac{V}{V^2 - v^2},$$

и расстояние, пройденное за это время, равно

$$2D \cdot \frac{V^2}{V^2 - v^2} = 2D \cdot \left(1 + \frac{v^2}{V^2}\right), \text{ если пренебречь членами четвертого порядка.}$$

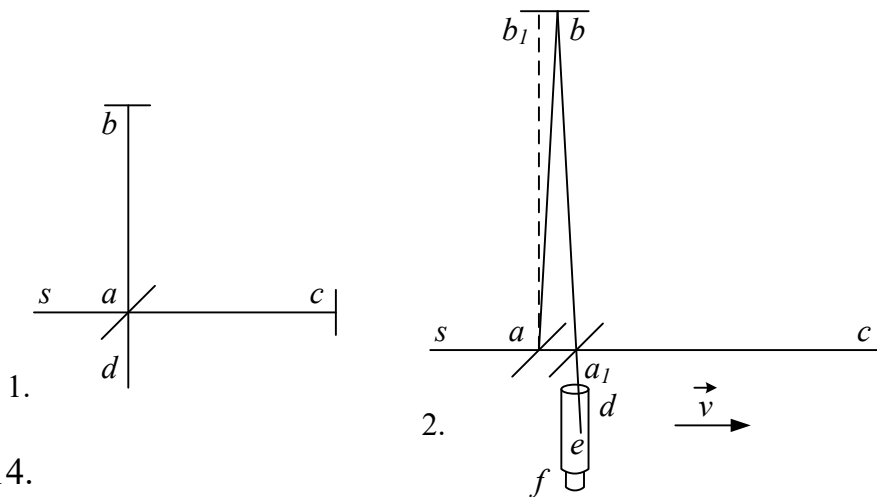


Рис.14.

Запишем его формулы по-новому:  $D(L)$  – расстояние до зеркал  $c, b$  ( $S_1, S_3$ ),  $V$  ( $c$ ) – скорость света. Тогда расстояние, пройденное лучом 2, будет:

$$c\Delta t_2 = 2L \cdot \frac{1}{1 - \beta^2} \cong 2L \cdot (1 + \beta^2).$$

И далее согласно Майкельсону, «длина другого пути, очевидно, равна»:

$$2D\sqrt{1 + \frac{v^2}{V^2}} \text{ или } c\Delta t_1 \cong 2L \cdot \sqrt{1 + \beta^2}.$$

Тогда согласно его равенству, записанному по-новому, длина пути луча 1 составит:

$$c\Delta t_1 = 2L \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cong 2L \cdot \sqrt{1 + \beta^2}, \text{ или с той же точностью } c\Delta t_1 \cong 2L \cdot \left(1 + \frac{\beta^2}{2}\right).$$

Поэтому разность путей при настройке интерферометра  $\alpha=0^\circ$  равна:

$$c\Delta t_{0^\circ} = c\Delta t_1 - c\Delta t_2 = 2L \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{1}{1 - \beta^2}\right) \Rightarrow c\Delta t_{0^\circ} \cong L\beta^2 \text{ или в его записи } D\frac{v^2}{V^2}.$$

Далее Майкельсон пишет: «Если теперь, повернуть весь прибор на  $90^\circ$ , то разность будет наблюдаться в противоположном направлении; следовательно, смещение интерференционных полос должно быть  $2Dv^2/V^2$ » или в записи по-новому –  $2L\beta^2$ .

Этот расчет Майкельсона указывает на оставшуюся проблему – нерешенный вопрос о распространении света в поперечном направлении к движению Земли. Он пишет: «Луч  $sa$  отражается по  $ab$  (рис. 14.2.), причем угол  $bab_1$  равен углу аберрации  $\alpha$ , возвращается по  $ba_1$  ( $aba_1 = 2\alpha$ ) и попадает в фокус зрительной трубы, *направление которой не меняется*».

Поэтому рассмотрим явление астрономической аберрации так, как она есть в действительности, рис.15. Приемник света (телескоп)  $T$  движется с некоторой скоростью  $v$  относительно источника  $S$ . Источником света  $S$  выступает далекая звезда, скоростью которой в точном расчете можно пренебречь из-за ее удаленности. Трубу телескопа  $T$  следует наводить на звезду  $S$  в истинном



направлении под углом  $\delta$ , чтобы луч, падающий перпендикулярно к направлению движения телескопа, проходил в трубу  $T'$ . При смене направления движения телескопа  $T$  на противоположное, его трубу следует отклонить в другую сторону на тот же угол  $\delta$ . Разность направлений телескопа с углом  $2\delta$  будет наблюдаемой астрономической aberrацией. Угол aberrации  $\delta$  связан со скоростями приемника  $v$  и света  $c$  тангенциально  $\operatorname{tg}\delta=\beta$ . Если труба телескопа  $T$  направлена перпендикулярно его движению, то свет, идущий от звезды также перпендикулярно, в нее не пройдет. Конечно, такое возможно при сравнимых скоростях, как приемника, так и света или при очень малом диаметре трубы телескопа.

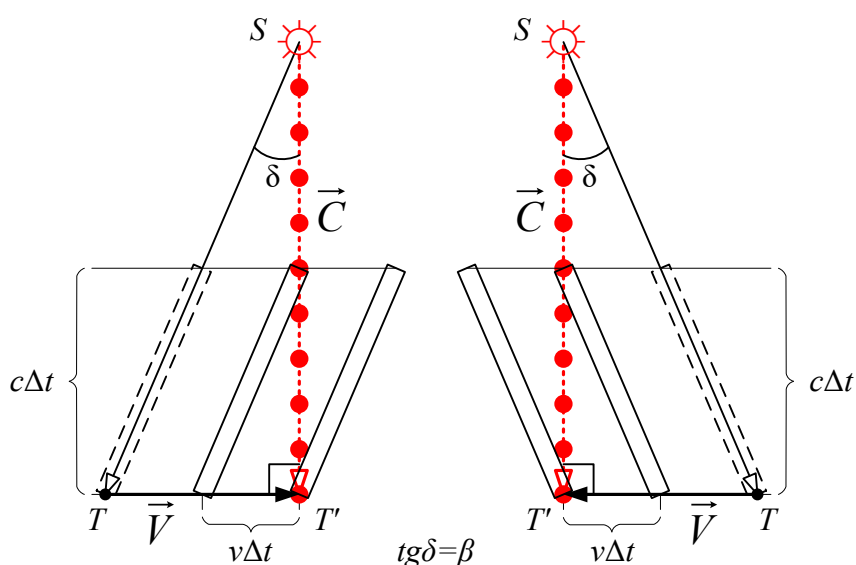


Рис.15.

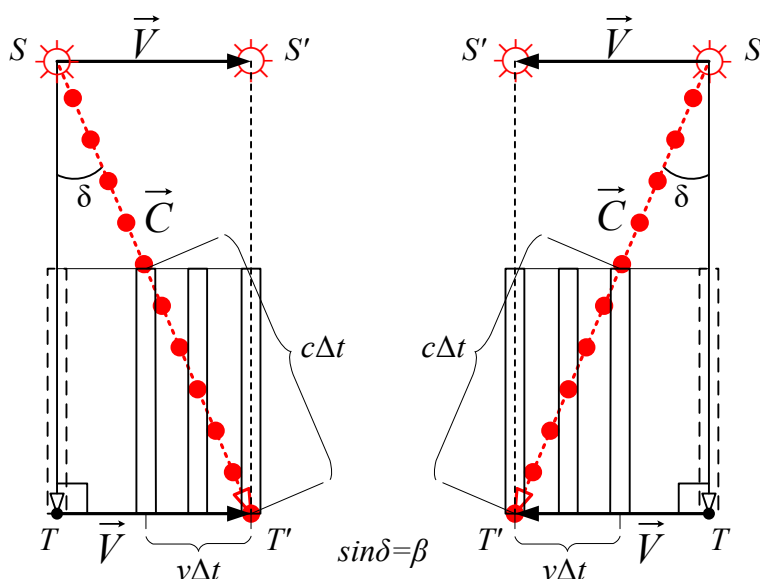


Рис.16.

Рассмотрим второй возможный вариант этого явления, рис.16. Приемник  $T$  и источник света  $S$  или тело, отражающее свет, движутся с равными скоростями

$v$ . Примем, что приемник  $T$  и источник света  $S$  расположены на линии, перпендикулярной их движению, а расстояние между ними приемлемо для наблюдения. Трубу приемника  $T$  следует направлять на источник света  $S$  в истинном положении – перпендикулярно движению, чтобы луч, падающий под углом  $\delta$ , проходил в нее  $T'$ . Лучи, падающие перпендикулярно или под другими углами, в трубу приемника не проходят.

После смены направления движения приемника  $T$  и источника  $S$  направление трубы приемника не изменится и абберации, рассмотренной в первом случае, не наблюдается. Этот угол  $\delta$  входа луча в трубу тоже связан со скоростями приемника  $v$  и света  $c$ , но синусоидально  $\sin\delta = \beta$ . Этот факт был неоднократно проверен на опыте, к тому же, если бы такая «абберация» наблюдалась, на нее обратили бы внимание при строительстве с глубокой древности. Но здания и сооружения, строившиеся в разное время суток для разных направлений скоростей приемника и источника, не обнаруживали отклонений в геометрии и при невысокой точности строительства. Таким образом, как нельзя обнаружить угол  $\delta$  входа луча в приемник, так нельзя обнаружить и изменение разности путей света интерферометром любой классической схемы, а расстояния между приемником и источником света в этом случае значения не имеют.

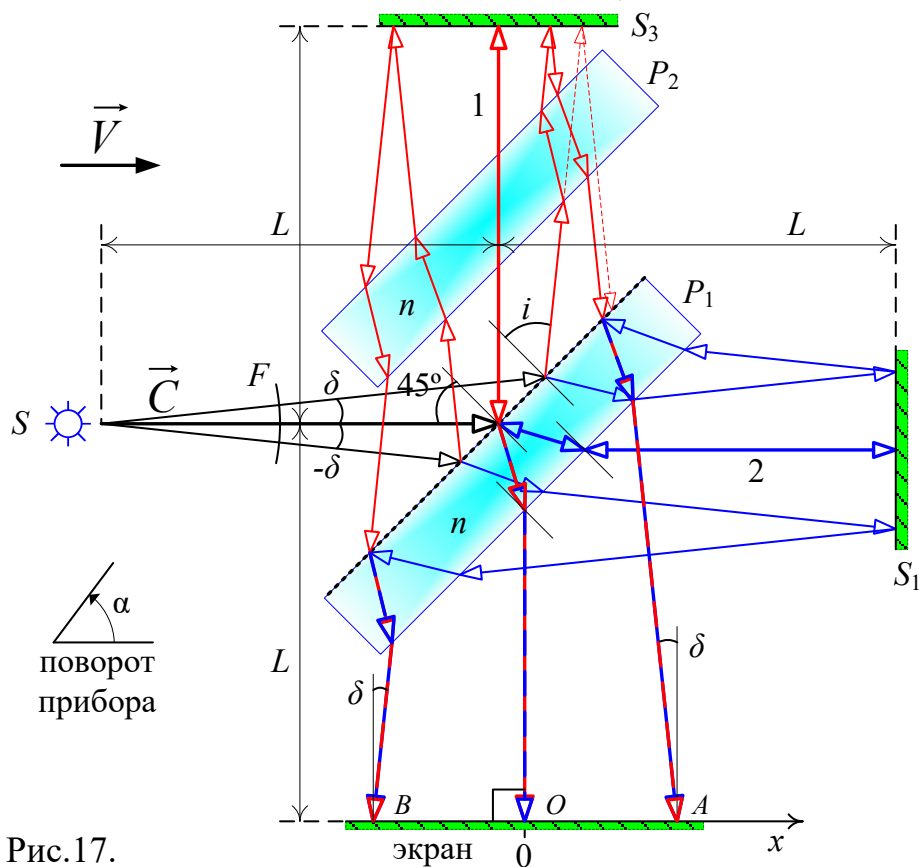


Рис.17.

Интерферометр Майкельсона – второй случай абберации, и он пишет о том, что направление зрительной трубы не меняется. Следовательно, выбранный им

луч 1, отраженный пластиной  $P_1$  к зеркалу  $S_3$ , и луч, падающий на пластину от источника  $S$ , есть лучи фронта света  $F$  одного угла  $i=45^\circ+\delta$ . А луч 2, идущий в направлении движения Земли, луч фронта света другого угла  $i=45^\circ$ . Проследим пути лучей в интерферометре до падения на экран по чертежу, выполненному с точностью  $\pm 1$ мкм, рис.17.

Из чертежа видно, что лучи фронта  $F$  расщепляются на лучи, которые проходят через пластины и, отразившись от зеркал, встречаются на экране в одних и тех же точках и между собой интерферируют. У Майкельсона же луч 2, как луч, расщепленный от центрального луча фронта  $F$  с углом  $i=45^\circ$ , падает на экран в точку  $O$ , а луч 1 – с углом  $i=45^\circ+\delta$ , где:  $\delta$  угол абберации, падает на экран уже в точку  $A$  и они, следовательно, между собой не интерферируют.

После поворота прибора он меняет местами выбранные для расчета лучи так, что луч 1 уже с углом  $i=45^\circ$  падает на экран в точку  $O$ , а луч 2 с углом  $i=45^\circ-\delta$  – в точку  $B$ . Или при повороте прибора в противоположном направлении луч 2 с углом  $i=45^\circ+\delta$  падает на экран в точку  $A$ , и в обоих случаях они снова между собой не интерферируют, рис.18.

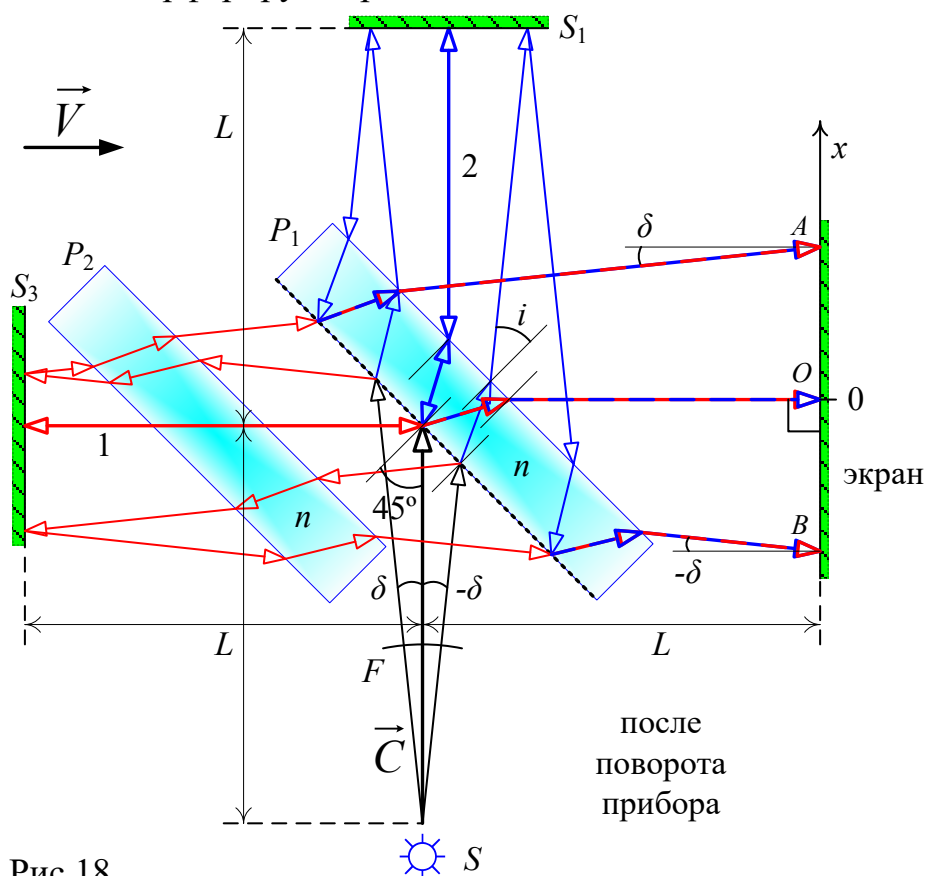


Рис.18.

Из чего следует, что расчет Майкельсона – точная копия метода физического формализма и, как показано в точном расчете схемы 2, в его интерферометре при вращении разность пути лучей с любым углом фронта  $F$  всегда будет оставаться первоначально установленной, а компенсирующая пластина  $P_2$

оказывает влияние на эту разность только при настройке.

### **Результаты и выводы**

Неверная формула Майкельсона для расчета смещения полос при вращении интерферометра послужила основанием Лоренцу [6] введения «контракции Фитцджеральда – Лоренца» размеров тел в направлении движения. Он пишет: «Разница времен прохождения перпендикулярными световыми пучками в интерферометре Майкельсона, обусловленная влиянием движения Земли, может быть компенсирована, если геометрическая длина пути, на прохождение которой затрачивается больше времени, вследствие движения уменьшается на величину в отношении  $1:\sqrt{1-\beta^2}$ . Тогда вращение прибора никак не будет влиять на положение интерференционных полос, что и соответствует данным Майкельсона». Впоследствии эта трактовка стала ключевой в преобразованиях координат, изложенных Лоренцем. Так как пример расчета схемы варианта 2 полностью аналогичен методу физического формализма варианта 4, то следует принять аналогичным и точный расчет варианта 2, но применимый к схеме интерферометра Майкельсона. Тогда нулевой результат опыта не потребует сокращения размеров тел в направлении движения.

Таким образом, выполненный Майкельсоном расчет способствовал появлению необоснованной гипотезы Лоренца, что привело его к неверному преобразованию координат.

### **Заключение**

1. Неточный расчет опыта Майкельсона привел к необоснованной гипотезе – «контракции Фитцджеральда – Лоренца».
2. Ошибочная гипотеза легла в основу неверных преобразований Лоренца.
3. Классическими интерферометрами скорости тел не измерить.
4. Неклассическими интерферометрами измерима абсолютная скорость тел.

## Используемая литература

1. *M. Hoek*. Determination de la vitesse avec laquelle est entraînée une onde lumineuse traversant un milieu en mouvement. Arch. Neerl., 1868, 3, p. 180 – 185, 1869, 4, p. 443 – 450.
2. *A. Fresnel*. Ann. d chim. et d. phys., 1818, 9, p. 57. Русский перевод в кн.: *О. Френель*. Избранные труды по оптике. М., 1955, стр. 516.
3. *A.A. Michelson*. The relative motion of the earth and the luminiferous ether. Amer. J. Phys., 1881, vol. 22, P. 120-129.
4. *H.A. Lorentz*. De l'influence du mouvement de la Terre sur les phénomènes lumineuse. Amster. Acad. Versl., 1882, 2, p. 297 – 372.
5. *A.A. Michelson, E.W. Morley*. On the relative motion of the Earth and the luminiferous aether. Amer. J. Sci, 1887, 34, p. 333–345; Phil. Mag., 1887, 24, p. 449–463. Русский перевод С.Р. Филоновича, <http://n-t.ru/tp/iz/ev.htm>.
6. *H.A. Lorentz*. The relative motion of the Earth and the aether. Amster. Acad. Versl., 1891, 1, p. 97.